

Equações do 2º Grau

As equações de segundo grau são um tipo importante de equações na matemática e têm ampla aplicação em diversos campos. Elas são caracterizadas por envolver uma variável elevada ao quadrado e podem ser representadas pela forma geral: $ax^2 + bx + c = 0$, onde a, b e c são coeficientes reais e $a \neq 0$.

Resolver uma equação de segundo grau significa encontrar os valores da variável que satisfazem a igualdade. Esses valores são chamados de **raízes** ou **soluções da equação**.

A fórmula de Bhaskara é uma fórmula conhecida para encontrar as raízes de uma equação de segundo grau. Essa fórmula é dada por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Fórmula de Bhaskara

Δ (delta) é o discriminante, calculado da seguinte forma:

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

Fórmula do discriminante

Podemos ter diferentes cenários em relação ao número de soluções reais que uma equação de segundo grau pode ter:

$\Delta > 0$ - Duas soluções reais distintas.

$\Delta = 0$ - Apenas uma raiz real.

$\Delta < 0$ - Não possui raízes reais.

Exercícios de Fixação

1. Identifique os coeficientes de cada equação e diga se ela é completa ou não:

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a) $5x^2 - 3x - 2 = 0$ | b) $3x^2 + 55 = 0$ |
| c) $x^2 - 6x = 0$ | d) $x^2 - 10x + 25 = 0$ |
| e) $x^2 - x - 20 = 0$ | f) $x^2 - 3x - 4 = 0$ |
| g) $x^2 - 8x + 7 = 0$ | |

2. Resolva as seguintes equações do 2º grau (caso b = 0).

- | | |
|-------------------|--------------|
| a) $x^2 - 49 = 0$ | b) $x^2 = 1$ |
|-------------------|--------------|

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| c) $2x^2 - 50 = 0$ | d) $7x^2 - 7 = 0$ |
| e) $5x^2 - 15 = 0$ | f) $21 = 7x^2$ |
| g) $5x^2 + 20 = 0$ | h) $7x^2 + 2 = 30$ |
| i) $2x^2 - 90 = 8$ | j) $4x^2 - 27 = x^2$ |
| k) $8x^2 = 60 - 7x^2$ | l) $3(x^2 - 1) = 24$ |
| m) $2(x^2 - 1) = x^2 + 7$ | n) $5(x^2 - 1) = 4(x^2 + 1)$ |
| o) $(x - 3)(x + 4) + 8 = x$ | p) $4x^2 = 36$ |
| q) $4x^2 - 49 = 0$ | r) $16 = 9x^2$ |
| s) $3x^2 + 30 = 0$ | t) $9x^2 - 5 = 0$ |

3. Resolva as seguintes equações do 2º grau.

(caso c = 0)

- | | |
|---------------------|----------------------|
| a) $x^2 - 7x = 0$ | b) $x^2 + 5x = 0$ |
| c) $4x^2 - 9x = 0$ | d) $3x^2 + 5x = 0$ |
| e) $4x^2 - 12x = 0$ | f) $5x^2 + x = 0$ |
| g) $x^2 + x = 0$ | h) $7x^2 - x = 0$ |
| i) $2x^2 = 7x$ | j) $2x^2 = 8x$ |
| k) $7x^2 = -14x$ | l) $-2x^2 + 10x = 0$ |

4. Calcule o discriminante (valor de Δ) e indique o número de raízes de cada equação.

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) $x^2 - 2x + 4 = 0$ | b) $x^2 - 2x - 4 = 0$ |
| c) $4x^2 + 4x + 1 = 0$ | d) $2x^2 - 8x + 7 = -5$ |
| e) $x^2 + 5x - 250 = x$ | f) $x^2 + x = 15$ |

5. Determine o conjunto solução das equações do segundo grau.

- | | |
|-------------------------|------------------------------|
| a) $x^2 - 5x + 6 = 0$ | b) $x^2 - 8x + 12 = 0$ |
| c) $x^2 + 2x - 8 = 0$ | d) $x^2 - 5x + 8 = 0$ |
| e) $2x^2 - 8x + 8 = 0$ | f) $x^2 - 4x - 5 = 0$ |
| g) $-x^2 + x + 12 = 0$ | h) $-x^2 + 6x - 5 = 0$ |
| i) $6x^2 + x - 1 = 0$ | j) $3x^2 - 7x + 2 = 0$ |
| k) $2x^2 - 7x = 15$ | l) $4x^2 + 9 = 12x$ |
| m) $x^2 = x + 12$ | n) $2x^2 = -12x - 18$ |
| o) $x^2 - x - 20 = 0$ | p) $x^2 - 3x + 4$ |
| q) $x^2 - 14x + 48 = 0$ | r) $x^2 + 3x - 28 = 0$ |
| s) $x^2 + 9 = 4x$ | t) $25x^2 = 20x - 4$ |
| u) $2x = 15 - x^2$ | v) $x^2 + 3x - 6 = -8$ |
| w) $x^2 + x - 7 = 5$ | x) $4x^2 - x + 1 = x + 3x^2$ |
| y) $x^2 + 6x = -9$ | z) $4 + x(x - 4) = x$ |
| aa) $x(x + 3) - 40 = 0$ | ab) $x^2 + 5x + 6 = 0$ |
| ac) $x^2 - 7x + 12 = 0$ | ad) $x^2 + 5x + 4 = 0$ |

ae) $7x^2 + x + 2 = 0$

ag) $-x^2 - x + 30 = 0$

ai) $(x + 3)^2 = 1$

ak) $(2x - 4)^2 = 0$

am) $x^2 - 3 = 4x + 2$

af) $x^2 - 18x + 45 = 0$

ah) $x^2 - 6x + 9 = 0$

aj) $(x - 5)^2 = 1$

al) $(x - 3)^2 = -2x^2$

6) Resolva os seguintes problemas com equações do 2º grau.

a) A soma de um número com o seu quadrado é 90. Calcule esse número.

b) A soma do quadrado de um número com o próprio número é 12. Calcule esse número.

c) O quadrado menos o dobro de um número é igual a -1. Calcule esse número.

d) A diferença entre o quadrado e o dobro de um mesmo número é 80. Calcule esse número.

e) O quadrado de um número aumentado de 25 é igual a dez vezes esse número. Calcule esse número.

f) A soma do quadrado de um número com o seu triplo é igual a 7 vezes esse número. Calcule esse número.

g) O quadrado menos o quádruplo de um número é igual a 5. Calcule esse número

h) O quadrado de um número é igual ao produto desse número por 3, mais 18. Qual é esse número?

i) O dobro do quadrado de um número é igual ao produto desse número por 7 menos 3. Qual é esse número?

j) O quadrado de um número menos o triplo do seu sucessivo é igual a 15. Qual é esse número?

k) Qual o número que somado com seu quadrado resulta em 56?

l) Um número ao quadrado mais o dobro desse número é igual a 35. Qual é esse número?

m) O quadrado de um número menos o seu triplo é igual a 40. Qual é esse número?

n) Calcule um número inteiro tal que três vezes o quadrado desse número menos o dobro desse número seja igual a 40.

o) Calcule um número inteiro e positivo tal que seu quadrado menos o dobro desse número seja igual a 48.

p) O triplo de um número menos o quadrado desse número é igual a 2. Qual é esse número?

q) Qual é o número, cujo quadrado mais seu triplo é igual a 40?

r) O quadrado de um número diminuído de 15 é igual ao seu dobro. Calcule esse número.

s) Determine um número tal que seu quadrado diminuído do seu triplo é igual a 26.

t) Se do quadrado de um número, negativo subtraímos 7, o resto será 42. Qual é esse número?

u) A diferença entre o dobro do quadrado de um número positivo e o triplo desse número é 77. Calcule o número.

v) Determine dois números ímpares consecutivos cujo produto seja 143.

w) Um azulejista usou 2000 azulejos quadrados e iguais para revestir $45m^2$ de parede. Qual é a medida do lado de cada azulejo?

GABARITO

1) a) $a = 5$ b) -3 c) -2 d) $a = 3$ e) $b = 0$ f) $c = 55$

g) $a = 1$ h) $b = -6$ i) $c = 0$ j) $a = 1$ k) $b = -10$ l) $c = 25$

m) $a = 1$ n) $b = -1$ o) $c = -20$ p) $a = 1$ q) $b = -3$ r) $c = -4$

s) $a = 1$ t) $b = -8$ u) $c = 7$

2) a) ± 7 b) ± 1 c) ± 5 d) ± 1 e) $\pm \sqrt{3}$ f) $\pm \sqrt{3}$

g) $\emptyset$ h) ± 2 i) ± 7 j) ± 3 k) ± 2 l) ± 3

m) ± 3 n) ± 3 o) ± 2 p) ± 3 q) $\pm 7/2$ r) $\pm 4/3$

s) $\emptyset$ t) $\pm \sqrt{5}/3$

3)

a) 0 e 7 b) 0 e -5 c) 0 e 9/4 d) 0 e -5/3 e) 0 e 3f)

0 e -1/5 g) 0 e -1 h) 0 e 1/7 i) 0 e 7/2 j) 0 e 4

k) 0 e -2 l) 0 e 5

4) a) $\Delta = -12$, 0 raízes

c) $\Delta = 0$, 1 raiz

e) $\Delta = 1016$, 2 raízes

b) $\Delta = 20$, 2 raízes

d) $\Delta = -4$, 0 raízes

f) $\Delta = 61$, 2 raízes

5) a) 2, 3 b) 2, 6 c) 2, -4 d) vazio e) 2 f) -1, 5

g) -3, 4 h) 1, 5 i) 1/3, -1/2 j) 2, 1/3 k) 5, -3/2

l) 3/2 m) -3, 4 n) -3 o) -4, 5 p) -1, 4 q) 6, 8

r) -7, 4 s) $\emptyset$ t) 2/5 u) 3, -5

v) -1, -2 w) -4, 3 x) 1 y) -3 z) 1, 4 aa) 5, -8

ab) -2, -3 ac) 3, 4 ad) -1, -4 ae) $\emptyset$ af) 3, 15 ag) -6, 5

ah) 3 ai) -2, -4 aj) 3, 7 ak) 2 al) $\emptyset$ am) -1, 5

6) a) 9 e -10 b) 3 e -4 c) 1 d) 10 e -8

e) 5 f) 0 e 4 g) 5 e -1 h) 6 e -3 i) 3 e 1/2

j) 6 e -3 k) -8 e 7 l) -7 e 5 m) 8 e -5 n) 4 o) 8

p) 1 e 2 q) 5 e -8 r) 5 e -3 s) 7 e -4 t) -7 u) 7

v) 11 e 13 ou -11 e -13 w) 15 cm