

RADICIAÇÃO

RADICIAÇÃO

Radiciação é a operação inversa da potenciação. Radiciação é uma conta que serve para descobrir qual número foi multiplicado várias vezes por ele mesmo para chegar em um certo resultado.

Por exemplo:

A raiz quadrada de 9 é 3, porque $3 \times 3 = 9$.

A raiz cúbica de 8 é 2, porque $2 \times 2 \times 2 = 8$.

De modo formal, a definição de radiciação é dada por:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

onde:

n é o **índice**, que indica a ordem da raiz;

a é o **radicando**, o valor dentro do radical;

b é o resultado da radiciação, conhecido como **raiz**.

► Simplificar Raízes com Fatoração

Passos para Simplificar Raízes Usando Fatoração

1. Fatore o Radicando em Números Primos: Decomponha o número dentro do radical em uma multiplicação de seus fatores primos.

2. Agrupe os Fatores pelo Índice da Raiz: Em uma raiz n-ésima, agrupe os fatores em conjuntos de n elementos iguais. Cada conjunto completo poderá ser “retirado” da raiz.

3. Simplifique o Radical: Extraia do radical os grupos completos, multiplicando os fatores retirados.

Exemplo 1: Simplificação de $\sqrt{72}$

$$\begin{array}{r|l} 72 & (2) \\ 36 & (2) \\ 18 & 2 \\ 9 & (3) \\ 3 & (3) \\ 1 & \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \text{agrupados de dois em dois,} \\ \text{porque é raiz de índice 2} \\ \rightarrow \text{esse número não sai da raiz} \\ \text{porque não é possível fazer dupla} \end{array}$$

$$\text{Logo } \sqrt{72} = 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Exemplo 2: Simplificação de $\sqrt[3]{216}$

$$\begin{array}{r|l} 216 & (2) \\ 108 & (2) \\ 54 & (2) \\ 27 & (3) \\ 9 & (3) \\ 3 & (3) \\ 1 & \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \text{agrupados de três em três,} \\ \text{porque é raiz de índice 3} \\ \text{como não sobrou nenhum número} \\ \text{sem grupo, não sobrá nenhum número} \\ \text{dentro do radical} \end{array}$$

$$\text{Logo } \sqrt[3]{216} = 2 \cdot 3 = 6$$

Esse método de fatoração é uma ferramenta valiosa para simplificar raízes grandes, especialmente em provas, onde a rapidez e precisão são essenciais.

EXERCÍCIO 1 – Encontre as seguintes raízes exatas.

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| a) $\sqrt{256}$ | b) $\sqrt{324}$ | c) $\sqrt{484}$ |
| d) $\sqrt{1225}$ | e) $\sqrt{44100}$ | f) $\sqrt[3]{216}$ |
| g) $\sqrt[4]{625}$ | h) $\sqrt[5]{243}$ | i) $\sqrt[3]{1728}$ |
| j) $\sqrt[4]{2401}$ | k) $\sqrt[6]{4096}$ | l) $\sqrt[10]{216}$ |

EXERCÍCIO 2 – Simplifique as seguintes raízes.

- | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|
| a) $\sqrt{768}$ | b) $\sqrt{450}$ | c) $\sqrt{700}$ |
| d) $\sqrt{2450}$ | e) $\sqrt{7260}$ | f) $\sqrt[3]{81}$ |
| g) $\sqrt[4]{96}$ | h) $\sqrt[5]{864}$ | i) $\sqrt[3]{5184}$ |
| j) $\sqrt[4]{7500}$ | | |

► Racionalização de Denominadores

Racionalizar um denominador consiste em eliminar o radical presente no denominador da fração. O método de racionalização depende do tipo de radical:

a) Racionalização com Raiz Quadrada Simples

Multiplica-se o numerador e o denominador pelo radical presente no denominador.

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$$

b) Racionalização com Binômios Conjugados

Quando o denominador for do tipo $(a + \sqrt{b})$, multiplica-se o numerador e o denominador pelo conjugado

do binômio, ou seja, o mesmo binômio com o sinal do segundo monômio trocado.

$$\frac{1}{a + \sqrt{b}} = \frac{1}{a + \sqrt{b}} \cdot \frac{a - \sqrt{b}}{a - \sqrt{b}} = \frac{a - \sqrt{b}}{a^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{a - \sqrt{b}}{a^2 - b}$$

Exemplo:

$$\frac{1}{3 + \sqrt{5}} = \frac{1}{3 + \sqrt{5}} \cdot \frac{3 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{3 - \sqrt{5}}{9 - 5} = \frac{3 - \sqrt{5}}{4}$$

O objetivo da racionalização de denominadores é eliminar radicais do denominador de uma fração, transformando-o em um número racional. Isso simplifica a expressão e facilita o cálculo e a interpretação do resultado.

EXERCÍCIO 3 – Racionalize os denominadores das seguintes frações.

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | b) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ | c) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ |
| d) $\frac{3}{\sqrt{3}}$ | e) $\frac{14}{\sqrt{7}}$ | f) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ |
| g) $\frac{2}{4 + \sqrt{3}}$ | h) $\frac{1}{3 - \sqrt{5}}$ | i) $\frac{1}{6 - \sqrt{6}}$ |
| j) $\sqrt{(0,555 \dots)}^{-1}$ | k) $\sqrt{(0,222 \dots)}^{-1}$ | |

GABARITO

EXERCÍCIO 1

- | | | |
|-------|--------|-------|
| a) 16 | b) 18 | c) 22 |
| d) 35 | e) 210 | f) 6 |
| g) 5 | h) 3 | i) 12 |
| j) 7 | k) 4 | l) 2 |

EXERCÍCIO 2

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $16\sqrt{3}$ | b) $15\sqrt{2}$ | c) $10\sqrt{7}$ |
| d) $35\sqrt{2}$ | e) $22\sqrt{15}$ | f) $3\sqrt[3]{3}$ |
| g) $2\sqrt[4]{6}$ | h) $2\sqrt[5]{27}$ | i) $12\sqrt[3]{3}$ |
| j) $5\sqrt[4]{12}$ | | |

EXERCÍCIO 3

- | | | |
|-------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | b) $2\sqrt{3}$ | c) $\sqrt{5}$ |
| d) $\sqrt{3}$ | e) $2\sqrt{7}$ | f) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ |
| g) $\frac{8 - 2\sqrt{3}}{13}$ | h) $\frac{3 + \sqrt{5}}{4}$ | i) $\frac{6 + \sqrt{6}}{30}$ |
| j) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ | k) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ | |